„Ekonomista” 2012, nr 3
http://www.ekonomista.info.pl

HELENA GASPARS-WIELOCH*

Ograniczona skuteczność metod optymalizacyjnych w rozwiązywaniu ekonomicznych problemów decyzyjnych

Wstęp

Ekonomia to nauka o tym, jak jednostka i społeczeństwo decydują o wykorzystaniu zasobów, zazwyczaj rzadkich, w celu wytworzenia różnych dóbr i rozdzielenia ich na konsumpcję obecną lub przyszłą. Zwolennicy teorii racjonalnych oczekiwań uważają, że podmioty gospodarcze podejmują swoje decyzje na podstawie wszystkich dostępnych informacji o aktualnych uwarunkowaniach ekonomicznych i o potencjalnych skutkach tych decyzji oraz posiadają umiejętność wyciągania wniosków ze zdarzeń w przeszłości, co pozwala im przewidywać możliwe scenariusze wydarzeń w przyszłości. Są jednak ekonomiści, którzy twierdzą, że większość z nas wcale nie postępuje racjonalnie, chociażby z powodu braku dostatecznej inteligencji. Ich zdaniem nasze myślenie jest schematyczne i nielogiczne.

W nawiązaniu do tego drugiego poglądu chciałabym ukazać działanie niektórych metod optymalizacyjnych stosowanych w głównej mierze do rozwiązywania ekonomicznych problemów decyzyjnych. Okazuje się bowiem, że – przy odpowiednio dobranych parametrach zadania – teoretycznie właściwe metody mogą doprowadzić nas do zupełnie niedorzecznych rezultatów. Jest to o tyle niepokojące, że skoro spora część społeczeństwa nie postępuje racjonalnie, to mając do dyspozycji wyniki otrzymane za pomocą rzekomo poprawnej procedury, nie podejmie ona wysiłku intelektualnego, aby sprawdzić, na ile uzyskane informacje są wiarygodne.

Czym jest metoda optymalizacyjna? To procedura, której zastosowanie umożliwia znalezienie dla danego problemu rozwiązania optymalnego bądź

* Dr Helena Gaspars-Wieloch – Katedra Badań Operacyjnych, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu; e-mail: helena.gaspars@ue.poznan.pl

rozwiązania bliskiego optimum. Rozwiązaniem optymalnym jest rozwiązanie dopuszczalne (tj. spełniające wszystkie postawione warunki), które najlepiej realizuje sformułowany cel (tzw. funkcję celu, funkcję kryterium, wskaźnik jakości itd.). Takim celem może być np. minimalizacja kosztów, minimalizacja długości drogi czy też maksymalizacja wydajności. Metody optymalizacyjne są m.in. wykorzystywane jako narzędzie rozwiązywania praktycznych problemów w badaniach operacyjnych, dyscyplinie naukowej związanej z teorią decyzji. Metody te obejmują programowanie liniowe, całkowitoliczbowe, zero-jedynkowe, kwadratowe, nieliniowe, dynamiczne, wielocelowe, sieciowe, zarządzanie projektem, zagadnienie transportowe, podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka i niepewności itd.

Do metod optymalizacyjnych zaliczamy metody dokładne (czyli te, które zawsze pozwalają otrzymać optymalne rozwiązanie) oraz metody heurystyczne lub przybliżone (czyli te, które nie dają gwarancji uzyskania planu optymalnego, choć w wielu przypadkach mogą prowadzić do znalezienia optimum). Głównym zadaniem metod optymalizacyjnych jest wspomaganie procesu podejmowania decyzji w takich dziedzinach jak statystyka, ekonomia, zarządzanie, informatyka czy medycyna.

Jak już wcześniej zasygnalizowano, owo wspomaganie procesu decyzyjnego może zostać zakłócone, gdy wyniki uzyskiwane dla danego problemu za pomocą wybranej, teoretycznie właściwej, metody optymalizacyjnej są sprzeczne z logiką. I o takich właśnie szczególnych przypadkach będzie mowa w dalszej części tego artykułu. W artykule skupimy się na analizie ekonomicznych problemów decyzyjnych.

1. Wybór projektu inwestycyjnego na podstawie reguły Hurwicza

Rozważmy na początek problem wyboru projektu inwestycyjnego. W praktyce decyzje tego typu zapadają najczęściej w warunkach niepewności. Mamy bowiem możliwość realizacji jednego biznesplanu spośród kilku potencjalnych, ale wielkość zysków, jakie mogą przynieść poszczególne projekty, zależy od rodzaju scenariusza, który wystąpi w rzeczywistości. Na to, który scenariusz będzie miał miejsce, decydent nie ma wpływu. Stan faktyczny zależy o wielu czynników, do których mogą należeć m.in. mikro- i makroekonomiczne decyzje różnych podmiotów gospodarczych, ceny towarów, wysokość podatków, kursy walutowe, stopa bezrobocia, warunki meteorologiczne oraz zdarzenia losowe.

Gdy decydent zamierza wyznaczyć optymalną strategię w warunkach niepewności, może posłużyć się np. regułą Hurwicza (zob. np. Guzik [2009, s. 259–260], Ignasiak [1996, s. 223–224], Kaufmann, Faure [1968, s. 252–253], Kukuła [1996, s.136], Stodulny [2008, s. 259–260], Trzaskalik [2008, s. 271–274]). Reguła ta, w ogólnym przypadku, ma na celu ustalenie optymalnej strategii czystej[1] przy założeniu, że:

- decyzja podejmowana jest w warunkach niepewności (są znane możliwe stany natury, lecz nie można ustalić rozkładu prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych scenariuszy),
- wybrana decyzja będzie realizowana jednokrotnie,
- decydent potrafi podać poziom swojego pesymizmu α (lub optymizmu $(1-\alpha)$), który jest wyrażony jako liczba z przedziału $[0, 1]$[2].

Optymalną strategią czystą jest ten wariant, który spełnia warunki (1) i (2).

$$h_j = \alpha \cdot \min_i \{a_{ij}\} + (1-\alpha) \cdot \max_i \{a_{ij}\}, \quad j = 1, ..., n, \tag{1}$$

$$h_{j^*} = \max_j \{h_j\}, \tag{2}$$

gdzie:
h_j – wskaźnik Hurwicza dla j-tego wariantu decyzyjnego,
a_{ij} – wypłata, gdy wystąpi i-ty stan natury (scenariusz), a decydent podejmie j-tą decyzję,
n – liczba możliwych strategii (wariantów decyzyjnych).

Wskaźnik Hurwicza stanowi zatem ważoną średnią minimalnej i maksymalnej wypłaty towarzyszącej danej decyzji.

Oczywiście, jeżeli wypłatami są koszty bądź inne kryterium minimalizowane, to reguła postępowania przebiega nieco inaczej. Można w tej sytuacji:

- albo w macierzy wypłat dodać do wyników znak minus, a następnie zastosować wzory (1) i (2),
- albo przyjąć pierwotną postać macierzy i wykorzystać wzory (3) i (4):

$$h_j = \alpha \cdot \max_i \{a_{ij}\} + (1-\alpha) \cdot \min_i \{a_{ij}\}, \quad j = 1, ..., n, \tag{3}$$

$$h_{j^*} = \min_j \{h_j\}. \tag{4}$$

Powróćmy do zasygnalizowanego wcześniej problemu wyboru projektu inwestycyjnego. W tabeli 1 pokazano zyski, jakie inwestor może osiągnąć po realizacji poszczególnych biznesplanów (P1, P2, P3). Jak widać, wielkości te zależą od tego, który scenariusz (S1, S2, S3, S4) wystąpi w rzeczywistości. Zyski związane z pierwszym projektem charakteryzują się największą rozpiętością, projekt P2 w trzech przypadkach na cztery daje bardzo wysokie zyski, z kolei plan P3 przynosi, niezależnie od scenariusza, dość zbliżone i stosunkowo niskie dochody.

[1] Strategia czysta, w odróżnieniu od strategii mieszanej, polega na tym, aby w pełni zrealizować jeden wariant decyzyjny.

[2] Zerowa wartość współczynnika pesymizmu (ostrożności) oznacza całkowitą skłonność do ryzyka, natomiast jedynka oznacza całkowitą awersję do ryzyka.

Tabela 1

Zyski (w tys. zł)

Scenariusze \ Projekty inwestycyjne	P1	P2	P3
S1	100	10	40
S2	20	95	50
S3	15	95	20
S4	10	95	35

Źródło: Opracowanie własne.

Jeżeli decydent przyjmie, że jego poziom pesymizmu wynosi $\alpha = 0{,}7$, a poziom optymizmu $(1 - \alpha) = 0{,}3$, to z tabeli wynika, iż wskaźniki Hurwicza dla analizowanych projektów wyniosą odpowiednio:

$$h_{P1} = 0{,}7 \cdot 10 + 0{,}3 \cdot 100 = 37,$$
$$h_{P2} = 0{,}7 \cdot 10 + 0{,}3 \cdot 95 = 35{,}5,$$
$$h_{P3} = 0{,}7 \cdot 20 + 0{,}3 \cdot 50 = 29.$$

Zgodnie ze wzorem (2) inwestor powinien wybrać pierwszy plan (P1). Czy jest to jednak rozsądne podejście? Wskaźniki Hurwicza dla pozostałych dwóch wariantów decyzyjnych są wprawdzie niższe, ale nietrudno zauważyć, że projekt P2 daje w przypadku aż trzech scenariuszy (S2, S3, S4) najwyższe wypłaty. Z kolei podjęcie decyzji P1 tylko w jednej sytuacji (S1) stwarza możliwość uzyskania najlepszego wyniku, natomiast pozostałe trzy stany są w przypadku tej strategii bardzo niekorzystne. O ile rezygnacja z wariantu P3 wydaje się logiczna, gdyż w najlepszym razie decydent może liczyć na wypłatę równą 50 tys. zł, o tyle potraktowanie projektu P2 jako gorszego aniżeli strategia P1 można już zakwestionować. W analizowanym przypadku 30-procentowa (a więc raczej niska) skłonność inwestora do ryzyka oznacza, że jeżeli nie wystąpi stan pierwszy, a decydent wybierze projekt P1, to jego zyski będą niższe aniżeli najniższe dochody związane z pozostałymi decyzjami. Byłaby to znaczna strata, biorąc pod uwagę dość ostrożne podejście inwestora.

Zazwyczaj wskaźnik Hurwicza daje sensowne wyniki, ale w tym szczególnym przypadku otrzymana odpowiedź wydaje się sprzeczna z logiką. Omówioną metodę należy więc stosować z rozwagą, a uzyskane wyniki warto poddać analizie i ewentualnie zdecydować się na inną strategię niż ta, którą wskazuje nam w pierwszej kolejności reguła Hurwicza. Można też zastanowić się, czy nie byłoby rozsądniej skonstruować miarę uwzględniającą nie tylko najwyższy i najniższy wynik związany z daną decyzją, lecz też częstotliwość występowania względnie najkorzystniejszych i najmniej korzystnych wypłat. Może stosowanie takiej nieco zmodyfikowanej miary prowadziłoby w każdym analizowanym przypadku do bardziej sensownych odpowiedzi.

„Ekonomista” 2012, nr 3
http://www.ekonomista.info.pl

2. Ustalenie asortymentu produkcji na podstawie metakryterium dla ciągłej wersji optymalizacji wielocelowej

Kolejny problem ekonomiczny, przy którym warto na chwilę się zatrzymać, będzie dotyczyć wyznaczenia optymalnego asortymentu produkcji w sytuacji, gdy decydent zainteresowany jest realizacją dwóch różnych kryteriów jednocześnie.

Wówczas nie mamy do czynienia z zagadnieniem jednokryterialnym (por. poprzedni podrozdział), lecz z problemem wielocelowym. Istotne dla decydenta kryteria są zazwyczaj sprzeczne, optymalne zatem rozwiązania dla poszczególnych celów (tzw. optima cząstkowe) wiążą się najczęściej z koniecznością realizacji odmiennych planów. Dlatego w przypadku optymalizacji wielokryterialnej nie poszukuje się decyzji optymalnej, lecz rozwiązania efektywnego, kompromisowego. Wśród metod programowania wielocelowego opisywanych w literaturze znana jest m.in. metoda sumy ważonej, tj. procedura wykorzystująca metakryterium (M) jako ważoną sumę kryteriów cząstkowych lub jako ważoną sumę stopni realizacji kryteriów cząstkowych. Jeżeli kryteria wyrażone są w tej samej jednostce i skali, to metakryterium można zapisać zgodnie ze wzorem (5). W przeciwnym razie zaleca się stosowanie formuły (6), w której poszczególne funkcje celu są zastąpione stopniami realizacji kolejnych celów (zob. Brzęczek [2010, s. 32–35], Marcinkowski [2008, s. 91–92, 110–111], Trzaskalik [2008, s. 210–211]).

$$M = \sum_{i=1}^{m} w_i f_i(x) - \sum_{j=1}^{n} w_j f_j(x) \to \max, \tag{5}$$

$$M = \sum_{i=1}^{m} w_i g_i(x) + \sum_{j=1}^{n} w_j g_j(x) \to \max, \tag{6}$$

gdzie:
m (n) – liczba kryteriów maksymalizowanych (minimalizowanych),
w_i (w_j) – waga i-tego (j-tego) kryterium maksymalizowanego (minimalizowanego),
$f_i(x)$ ($f_j(x)$) – funkcja celu i-tego (j-tego) kryterium,
$g_i(x)$ ($g_j(x)$) – stopień realizacji i-tego (j-tego) kryterium maksymalizowanego (minimalizowanego).

Wagi określają znaczenie kryteriów dla decydenta, przy czym ich suma niekoniecznie musi wynosić 1. Stopnie realizacji celów można obliczyć zgodnie ze wzorami (7)–(10). Przyjmują one zawsze wartości z przedziału [0,1].

$$g_k^{\mathrm{I}}(x) = \frac{f_k(x)}{M_k}, \tag{7}$$

$$g_k^{\mathrm{I}}(x) = \frac{m_k}{f_k(x)}, \tag{8}$$

$$g_k^{II}(x) = \frac{f_k(x) - m_k}{M_k - m_k}, \tag{9}$$

$$g_k^{II}(x) = \frac{M_k - f_k(x)}{M_k - m_k}, \tag{10}$$

gdzie:
$g_k(x)$ – stopień realizacji (I lub II rodzaju) k-tego celu (stopień realizacji k-tego kryterium przez obiekt x),
$f_k(x)$ – funkcja celu k-tego kryterium (wartość k-tego kryterium dla obiektu x),
M_k – maksymalna wartość k-tego kryterium w danym zbiorze rozwiązań (obiektów),
m_k – minimalna wartość k-tego kryterium w analizowanym zbiorze rozwiązań (obiektów).

Formuły (7) i (9) oraz (8) i (10) dotyczą odpowiednio kryteriów maksymalizowanych i minimalizowanych. Warto zauważyć, że wzorów (7) i (8) (tj. stopni realizacji I rodzaju) nie można stosować, gdy kryteria w rozpatrywanym zbiorze rozwiązań (obiektów) przyjmują wartości zerowe lub ujemne. Wyrażenia (9) i (10) (czyli stopnie realizacji II rodzaju) nie mają takich ograniczeń (por. Marcinowski [2008, s. 92–94]).

Rozpatrzmy następującą sytuację. Producent zastanawia się nad wielkością produkcji artykułów spożywczych, które powinien wytwarzać. Dla uproszczenia przyjmijmy, że produkuje on dwa rodzaje artykułów: A1 i A2, których ilość oznaczymy jako x_1 i x_2. Do produkcji zużywa dwa limitowane surowce (S1 i S2), a ważnymi kryteriami są dla niego: 1) maksymalizacja zysku (w tys. zł), rozumianego jako różnica między przychodem ze sprzedaży a kosztem produkcji, oraz 2) maksymalizacja dopłat unijnych (w tys. zł), których wielkość zależy od rodzaju i ilości wyprodukowanego artykułu spożywczego. Znając odpowiednie wyjściowe parametry zadania decyzyjnego, możemy go zapisać w postaci następującego problemu dwukryterialnego:

$$\begin{aligned}
&(01) \quad x_1 + 5x_2 \to \max,\\
&(02) \quad 5x_1 + x_2 \to \max,\\
&(1) \quad 2x_1 + 5x_2 \leqslant 20,\\
&(2) \quad 5x_1 + 2x_2 \leqslant 40,\\
&(3) \quad x_1, x_2 \geqslant 0.
\end{aligned}$$

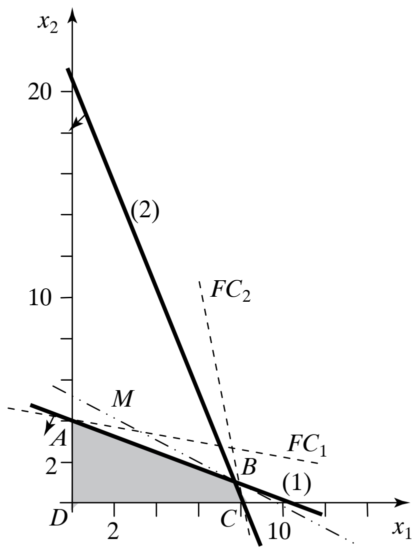
Wyrażenia (01) i (02) opisują funkcje celu decydenta (maksymalizacja zysku i maksymalizacja dopłat). Dzięki nierównościom (1) i (2) rzeczywiste zużycie posiadanych zasobów na wytworzenie artykułów A1 i A2 nie przekroczy dostępnych ilości S1 i S2, natomiast ograniczenie (3) zapewnia uzyskanie nieujemnych wielkości produkcji.

Decydent zamierza ustalić rozwiązanie kompromisowe na podstawie metakryterium. Producentowi łatwiej jest przewidzieć poziom cen sprzedaży i kosztów produkcji aniżeli to, czy jego wniosek o dopłaty zostanie pozytywnie rozpatrzony. W związku z powyższym przyjmijmy, że pierwszy cel (01) jest dla niego cztery razy ważniejszy od celu (02). Zauważmy, że oba cele wyrażone są w tych samych jednostkach. Na podstawie współczynników stojących przy zmiennych w funkcjach celu ($c_{11} = 1$, $c_{12} = 5$ oraz $c_{21} = 5$ i $c_{22} = 1$) możemy też stwierdzić, że skala obu kryteriów jest taka sama. Sformułowanie metakryterium na podstawie wzoru (5) jest zatem teoretycznie zupełnie poprawne:

$$M = 4 \cdot (x_1 + 5x_2) + 1 \cdot (5x_1 + x_2) = 9x_1 + 21x_2 \rightarrow \max.$$

Rysunek 1

Optymalne rozwiązania dla obu kryteriów oraz plan kompromisowy



Źródło: Opracowanie własne

Optymalne rozwiązania cząstkowe (punkty A i C) oraz ostateczny plan kompromisowy (punkt B) wskazano na rysunku 1 i opisano w tabeli 2. Przypomnijmy, że pierwsze kryterium (tj. maksymalizacja zysku) ma dla decydenta cztery razy większe znaczenie aniżeli drugie kryterium (tj. maksymalizacja dopłat). Tymczasem w planie końcowym wartość funkcji (01) spadła, w stosunku do swojej maksymalnej możliwej wartości w zbiorze rozwiązań dopuszczalnych, o ponad 7 tys. zł (z 20 tys. zł do 12,38 tys. zł), tj. o ponad 35%, podczas gdy wartość funkcji (02) spadła o niecałe tysiąc zł (z 40 tys. zł do 39,05 tys. zł), tj. o niecałe 2,5%. Preferencje producenta nie znalazły zatem żadnego odzwierciedlenia w ostatecznym planie produkcji. Skoro pierwszy cel był tak istotny, to oczekiwalibyśmy od zastosowanej metody wskazania planu leżącego znacznie bliżej punktu A, tj. punktu stanowiącego optimum cząstkowe dla tegoż kryterium.

Tabela 2

Optymalne rozwiązania cząstkowe i rozwiązanie kompromisowe

Kryterium	(01) – punkt A	(02) – punkt C	Metakryterium – punkt B
Optymalne wartości zmiennych	$x_1 = 0$; $x_2 = 4$	$x_1 = 8$; $x_2 = 0$	$x_1 = 160/21 = 7{,}62$; $x_2 = 20/21 = 0{,}95$
Wartość funkcji (01)	20 (max)	8	12,38
Wartość funkcji (02)	4	40 (max)	39,05

Źródło: Opracowanie własne.

To nie koniec zaskakujących odpowiedzi. Otóż uważny Czytelnik sam zorientuje się, że każda kombinacja wag kryteriów w_1 i w_2, dla której stosunek współczynników c_1 i c_2 stojących przy zmiennych x_1 i x_2 w funkcji metakryterium spełnia poniższy warunek:

$$\frac{2}{5} < \frac{c_1}{c_2} < \frac{5}{2},$$

wskaże rozwiązanie kompromisowe w punkcie B (tab. 3), a więc zarówno kombinacja wag 4 : 1, jak i … 1 : 4. Wynika to z tego, iż punkt ten jest jedynym wierzchołkiem, stanowiącym rozwiązanie Pareto-optymalne, który znajduje się pomiędzy punktami wskazującymi optima cząstkowe (A i C). Wystarczy zatem, aby izokwanta związana z funkcją metakryterium była bardziej stroma niż warunek (1) i mniej stroma niż warunek (2), a kompromisowy plan produkcji będzie zawsze wyznaczony przez plan B.

Analizując powyższy przykład, należy stwierdzić, że stosowanie metakryterium z formułą (5) w zagadnieniu ustalania optymalnego asortymentu produkcji nawet wtedy, gdy kryteria są wyrażone w tej samej skali i jednostce, nie jest do końca prawidłowym podejściem.

Tabela 3

Współczynniki funkcji metakryterium i nachylenie jego izokwanty przy różnych wagach kryteriów cząstkowych

Kryterium (01)			Kryterium (02)			Metakryterium		Warunek (1)	Metakryterium	Warunek (2)
w_1	c_{11}	c_{12}	w_2	c_{21}	c_{22}	c_1	c_2	a_{11}/a_{12}	c_1/c_2	a_{21}/a_{22}
10	1	5	1	5	1	15	51	2/5 = 0,4	0,294	5/2 = 2,5
9	1	5	1	5	1	14	46	2/5 = 0,4	0,304	5/2 = 2,5
8	1	5	1	5	1	13	41	2/5 = 0,4	0,317	5/2 = 2,5
7	1	5	1	5	1	12	36	2/5 = 0,4	0,333	5/2 = 2,5

6	1	5	1	5	1	11	31	2/5 = 0,4	0,355	5/2 = 2,5
5	1	5	1	5	1	10	26	2/5 = 0,4	0,385	5/2 = 2,5
4	1	5	**1**	5	1	9	21	2/5 = 0,4	0,429	5/2 = 2,5
3	1	5	1	5	1	8	16	2/5 = 0,4	0,500	5/2 = 2,5
2	1	5	1	5	1	7	11	2/5 = 0,4	0,636	5/2 = 2,5
1	1	5	1	5	1	6	6	2/5 = 0,4	1,000	5/2 = 2,5
1	1	5	2	5	1	11	7	2/5 = 0,4	1,571	5/2 = 2,5
1	1	5	3	5	1	16	8	2/5 = 0,4	2,000	5/2 = 2,5
1	1	5	**4**	5	1	21	9	2/5 = 0,4	2,333	5/2 = 2,5
1	1	5	5	5	1	26	10	2/5 = 0,4	2,600	5/2 = 2,5
1	1	5	6	5	1	31	11	2/5 = 0,4	2,818	5/2 = 2,5
1	1	5	7	5	1	36	12	2/5 = 0,4	3,000	5/2 = 2,5
1	1	5	8	5	1	41	13	2/5 = 0,4	3,154	5/2 = 2,5
1	1	5	9	5	1	46	14	2/5 = 0,4	3,286	5/2 = 2,5
1	1	5	10	5	1	51	15	2/5 = 0,4	3,400	5/2 = 2,5

Źródło: Opracowanie własne.

Bardziej racjonalne rozwiązania pozwala nam otrzymać formuła oparta na stopniach realizacji (patrz wzór (6)). Jeżeli obliczymy je zgodnie ze wzorem (7) lub (9)[3], to punkt B będzie rozwiązaniem kompromisowym dla stosunku wag kryteriów cząstkowych w_1/w_2 z przedziału [2/1, 1/9][4], co jest już bardziej logiczne, choć nadal niezadowalające. Warto jednak podkreślić, że to drugie podejście również nie jest pozbawione wad. Otóż może się przecież zdarzyć, że wyrażeń (7) i (8) nie będzie można zastosować ze względu na ujemne lub zerowe wartości M_k i m_k, a zbiór rozwiązań dopuszczalnych będzie otwarty w kierunku minimalizacji lub maksymalizacji danego kryterium cząstkowego i wówczas niektórych parametrów M_k i m_k we wzorach (9) i (10) też nie będziemy potrafili wyznaczyć.

Przedstawiony przykład liczbowy miał nam uświadomić, że stosowanie metakryterium do ustalania rozwiązania kompromisowego może prowadzić do nielogicznych odpowiedzi nawet wówczas, gdy wszystkie założenia dotyczące korzystania z tejże metody są spełnione. Jeżeli dodatkowo uwzględnimy inne ograniczenia procedury (o których również była mowa), to powinniśmy zastanowić się, czy wykorzystywanie metakryterium jako narzędzia generowania rozwiązań kompromisowych w ciągłych, wielocelowych problemach optymalizacyjnych ma w ogóle sens. Powyżej pokazano, jak metakryterium jest stosowane w przypadku zagadnienia optymalnego asortymentu produkcji, lecz można równie dobrze odwołać

[3] W tym akurat przykładzie wzory (7) i (9) będą miały dokładnie tę samą postać.
[4] W rozważaniach założono, iż rozpatrywane są tylko wagi całkowite.

się do innego ekonomicznego problemu decyzyjnego (np. do ustalania struktury upraw, składu portfela papierów wartościowych czy też struktury wydatków publicznych).

Na koniec warto podkreślić, że w literaturze zagranicznej metakryterium jest przedstawiane raczej jedynie jako metoda generowania zbioru rozwiązań Pareto, a nie jako narzędzie ustalania decyzji kompromisowej [Collette, Siarry 2008; Cotrutz, Lahanas, Kappas, Baltas, 2001, s. 4; Messac, Puemi-Sukam, Melachrinoudis 2000; Messac, Mattson, 2003; Sharaff, El-Gammal, 2009] i takie podejście wydaje się bardziej rozsądne.

3. Standaryzacja kryteriów do tworzenia rankingów obiektów według stopnia realizacji określonych celów

Obok ciągłej wersji optymalizacji wielocelowej (o której była mowa w poprzedniej części artykułu) często jest wykorzystywana w praktyce dyskretna wersja tego zagadnienia, która umożliwia tworzenie rankingów obiektów na podstawie ustalonej listy kryteriów. Rankingi te mogą dotyczyć funduszy emerytalnych, banków, funduszy inwestycyjnych, kredytów hipoteczno-mieszkaniowych, szkół wyższych, najbardziej innowacyjnych przedsiębiorstw, najbardziej dynamicznych gospodarek świata, województw o największej aktywności zawodowej itd. Takie zestawienia są o tyle istotne, iż stanowią podstawę do podejmowania wielu decyzji, w tym decyzji ekonomicznych, zarówno w skali mikro, jak i makro.

Sporządzenie rankingu np. za pomocą metakryterium, wymaga uprzedniej standaryzacji kryteriów, tak aby były one porównywalne. Do standaryzacji celów używa się m.in. wspomnianych już wcześniej stopni realizacji I i II rodzaju (wzory 7–10).

Mając obliczone stopnie realizacji celów, można ustalić dla każdego badanego obiektu pewną ocenę syntetyczną, korzystając np. z formuły (6), a następnie uszeregować obiekty według uzyskanych wartości metakryterium (por. Brzęczek [2010, s. 42–44]).

Przyjrzyjmy się następującemu problemowi. Redakcja pewnego tygodnika przeprowadza ranking banków. Dla uproszczenia przyjmiemy, że ranking ustalany jest na podstawie trzech kryteriów: 1) liczba placówek w kraju, 2) średnia ocena jakości obsługi dokonana przez klientów (w skali 1 – 6) oraz 3) miesięczne oprocentowanie kredytów (w %). Zakłada się, że wagi dla poszczególnych kryteriów wynoszą odpowiednio 0,25; 0,4; 0,35. Pierwsze dwa kryteria są maksymalizowane, natomiast ostatnie kryterium stanowi minimantę. Dane dotyczące 10 banków pokazano w tabeli 4.

Jak widać, rozpatrywane kryteria nie są porównywalne (wyrażono je w różnej skali i jednostkach), a więc aby wyznaczyć ocenę syntetyczną dla każdego banku, należy najpierw ujednolić kryteria poprzez przekształcenie wyników na stopnie realizacji celów.

Tabela 4

Dane dotyczące banków

Banki	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Liczba placówek	50	60	70	80	65	85	75	25	45	40
Ocena jakości obsługi	4	2	4	3	3	3	2	4	2	4
Oprocentowanie	1,2	0,9	1,5	1,3	0,8	2,0	0,6	1,1	1,6	0,5

Źródło: Opracowanie własne.

Celem niniejszego punktu nie jest pokazanie całego procesu przygotowywania rankingu, a jedynie skupienie się na metodologii obliczania stopni realizacji celu dla wybranego kryterium. Dlatego w dalszej części skoncentrujemy się na standaryzacji ocen dokonanych przez klientów. Oceny stanowią kryterium maksymalizowane i są wyrażone jako liczba dodatnia (od 1 do 6), zatem licząc stopień realizacji celu można zastosować zarówno formułę (7), jak i (9) – patrz wiersz 3 i 4 w tabeli 5.

Tabela 5

Obliczone stopnie realizacji celu dla ocen jakości obsługi

Banki	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Ocena	4	2	4	3	3	3	2	4	2	4
Wartość stopnia realizacji (7)	1	0,5	1	0,75	0,75	0,75	0,5	1	0,5	1
Wartość stopnia realizacji (9)	1	0	1	0,5	0,5	0,5	0	1	0	1
Wartość stopnia realizacji (11)	0,67	0,33	0,67	0,5	0,5	0,5	0,33	0,67	0,33	0,67
Wartość stopnia realizacji (13)	0,6	0,2	0,6	0,4	0,4	0,4	0,2	0,6	0,2	0,6

Źródło: Opracowanie własne.

Wśród otrzymanych rezultatów niektóre mogą wydawać się nam nieco zawyżone lub zaniżone:

- zgodnie z formułą (7) bank, który uzyskał ocenę 3, realizuje kryterium w 75% (wynik zawyżony),
- zgodnie ze wzorami (7) i (9) bank, który uzyskał ocenę 4, realizuje kryterium w 100% (wynik zawyżony),

- zgodnie z wyrażeniem (9) bank, który uzyskał ocenę 2, realizuje kryterium w 0% (wynik zaniżony).

Nasze odczucia biorą się stąd, iż doskonale wiemy, że istnieje jeszcze niższa ocena niż 2 i istnieją jeszcze wyższe oceny niż 4. Może więc logiczniej byłoby przy ustalaniu wielkości M_k i m_k nie ograniczać się do zbioru badanych obiektów, lecz przyjąć, że są nimi maksymalne (M_k^*) i minimalne (m_k^*) możliwe wartości k-tego kryterium (wiersz 5 i 6 tab. 5, w naszym przypadku $M_k^* = 6$, $m_k^* = 1$)? Zmodyfikowane wzory przedstawiono poniżej. Nazwijmy je umownie stopniami realizacji III (formuły 11 i 12) i IV rodzaju (formuły 13 i 14).

$$g_k^{\mathrm{III}}(x) = \frac{f_k(x)}{M_k^*}, \tag{11}$$

$$g_k^{\mathrm{III}}(x) = \frac{m_k^*}{f_k(x)}, \tag{12}$$

$$g_k^{\mathrm{IV}}(x) = \frac{f_k(x) - m_k^*}{M_k^* - m_k^*}, \tag{13}$$

$$g_k^{\mathrm{IV}}(x) = \frac{M_k^* - f_k(x)}{M_k^* - m_k^*}. \tag{14}$$

Takie podejście umożliwia uzyskanie bardziej racjonalnych wyników.

Warto mieć jednak na uwadze fakt, iż w przypadku niektórych czynników nie jesteśmy w stanie przedstawić parametrów M_k^* i m_k^* w postaci konkretnych liczb, gdyż maksymalne (minimalne) możliwe wartości tychże kryteriów mogą teoretycznie dążyć do $+\infty$ ($-\infty$), np. wielkość zysków z inwestycji, poziom długu publicznego, czas wykonania danego projektu inwestycyjnego. Dlatego w takich sytuacjach należałoby przyjąć jakieś umowne wielkości M^*_k i m^*_k. Przykładowo, tworząc miary syntetyczne dla pewnego zbioru krajów, w których jednym z kryteriów oceny jest stopa bezrobocia, można założyć, że jeżeli w ciągu ostatnich 10 lat stopa bezrobocia nie przekraczała w tych krajach 17,5% i nie była niższa niż 3,4%, to $M_k^* = 18$, a $m_k^* = 3$. Należy również podkreślić, że choć same wartości stopnia realizacji celu będą w ten sposób lepiej ukazywać stan faktyczny, to względne różnice pomiędzy stopniami realizacji, a także pomiędzy metakryteriami oceny poszczególnych obiektów, zmniejszą się, co przy nawet mało istotnej zmianie wag przyznanych poszczególnym kryteriom będzie skutkowało istotnymi zmianami w rankingu (por. Marcinkowski [2008, s. 94]).

Inny ciekawy przykład, kwestionujący sporządzanie rankingów obiektów na podstawie stopni realizacji I i II rodzaju, opracował swego czasu W. Sikora (profesor Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu). Zaobserwowany paradoks polegał bowiem na tym, że ranking obiektów A, B, C, biorący pod uwagę trzy kryteria i skonstruowany według stopni realizacji I rodzaju, uzyskał zupełnie odwrotną kolejność w stosunku do rankingu przygotowanego na podstawie stopni II rodzaju.

„Ekonomista” 2012, nr 3
http://www.ekonomista.info.pl

4. Optymalizacja czasowo-kosztowa projektów inwestycyjnych na podstawie algorytmu Kaufmanna i Desbazeille

Kolejny ekonomiczny problem decyzyjny, z którym często spotykamy się w rzeczywistości, to próba realizacji interesującego nas projektu inwestycyjnego w czasie możliwie jak najkrótszym i po koszcie możliwie jak najniższym. Jest to dość specyficzny problem dwukryterialny, który z racji samej struktury przedsięwzięcia (niektóre jego czynności są wykonywane równolegle, inne – sekwencyjnie) nie może być rozwiązywany za pomocą tradycyjnych metod programowania wielokryterialnego. W tym konkretnym przypadku należy odwołać się do metodologii stosowanej w zarządzaniu projektami, czyli do algorytmów skracania czasu realizacji przedsięwzięcia. Do najbardziej znanych procedur należy algorytm Kaufmanna i Desbazeille [Kaufmann, Desbazeille, Ventura 1964]. Służy on właśnie do optymalizacji czasowo-kosztowej projektu, tj. do ustalenia planu: a) minimalizującego czas jego realizacji przy określonych środkach finansowych (K^d) lub b) minimalizującego koszt jego wykonania przy zadanym czasie dyrektywnym (T^d)[5]. Dokładny opis algorytmu zawiera rysunek 2.

Jak widać, metoda Kaufmanna i Desbazeille sprowadza się do iteracyjnego skracania wszystkich ścieżek krytycznych (tj. ścieżek o najdłuższym czasie trwania) **o tę samą wielkość**. Oznacza to, iż przy ustalaniu możliwych wariantów kompresji sieci nie są rozpatrywane wszystkie przekroje podsieci krytycznej, czyli kombinacje będące minimalnymi zbiorami łuków, przez które przechodzą wszystkie ścieżki krytyczne, lecz jedynie kombinacje stanowiące zbiory równoległych łuków krytycznych. Takie warianty (zawierające **dokładnie**, a nie przynajmniej, po jednej czynności na każdej ścieżce krytycznej) nazywać będziemy dokładnymi przekrojami podsieci krytycznej. Skracanie czasu trwania najdłuższych ścieżek sukcesywnie o jedną jednostkę jest konieczne zwłaszcza wówczas, gdy w sieci występuje kilka ścieżek krytycznych. Jeżeli natomiast sieć składa się tylko z jednej drogi krytycznej, której czas trwania jest na dodatek znacznie dłuższy aniżeli czasy wyznaczone dla pozostałych ścieżek, to wybraną(e) czynność(i) krytyczną(e) można w danej iteracji przyspieszyć od razu o więcej niż jedną jednostkę, pamiętając o ograniczeniach wynikających z ustalonego czasu granicznego oraz dostęp-

---

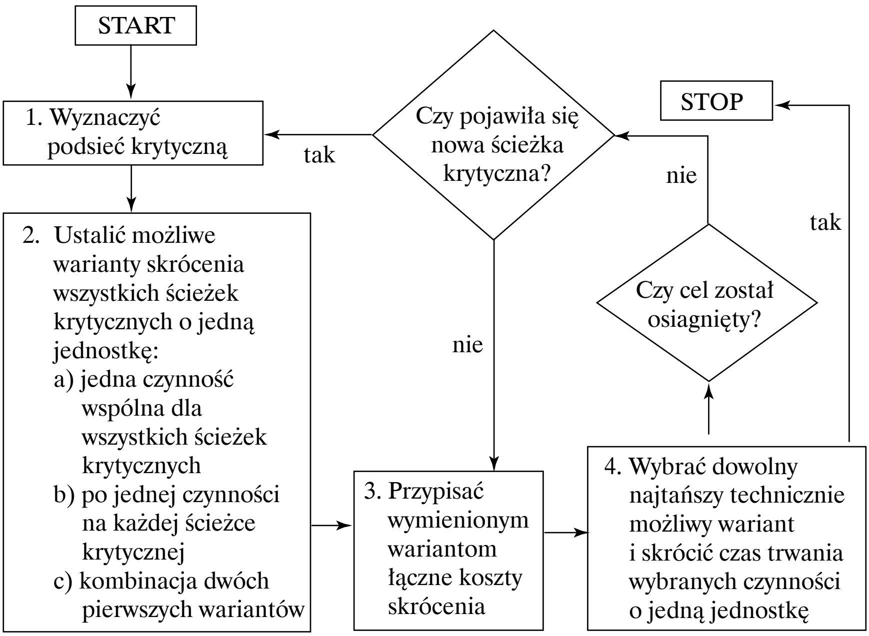
[5] Szerzej o optymalizacji czasowo-kosztowej projektu inwestycyjnego zob. m.in. [Gaspars-Wieloch 2008, s. 174–183; Gaspars-Wieloch 2010, s. 78–88, Gruszczyński, Kuszewski, Podgórska 2009, s. 391–395; Hein 1967, s. 315–325; Ignasiak 1996, s. 133–134; Kukuła 1996, s. 165–168; Trzaskalik 2008, s. 345–353, 362–365]. W literaturze algorytm Kaufmanna i Desbazeille określany jest mianem algorytmu CPM-COST [Gaspars 2006a, 2006b], MCX (*Minimum Cost Expediting*) [Idźkiewicz 1967], CPM-MCX [Siudak 1998], a nawet CPM [Idźkiewicz 1967], analizą CPM-COST [Pietras, Szmit 2003], albo nazywany jest bardzo ogólnie analizą kosztów [Muller 1964], analizą czasowo-kosztową [Sikora 1993], procedurą czasowo-kosztową [Kopańska-Bródka 1998] lub algorytmem kompresji sieci. Nie można mieć pewności, że to właśnie Kaufmann i Desbazeille są twórcami wspomnianej metody. Ze studiów literaturowych wynika jedynie, że jej opis pojawił się najwcześniej w ich pracy. Przyjmijmy więc umownie, że omawiana procedura będzie określana mianem algorytmu Kaufmanna i Desbazeille.

„Ekonomista” 2012, nr 3
http://www.ekonomista.info.pl

nych środków przeznaczonych na akcelerację działań. Dodajmy, że w omawianej procedurze należy skracać te czynności krytyczne, których przyspieszenie wywoła najniższy wzrost łącznego kosztu bezpośredniego. Łączny koszt bezpośredni projektu wyznacza się jako sumę kosztów ponoszonych przy kompresji sieci (tj. kosztów podlegających optymalizacji) oraz kosztów bezpośrednich odpowiadających normalnym czasom trwania poszczególnych działań. Algorytm Kaufmanna i Desbazeille jest metodą heurystyczną, a więc nie daje ona gwarancji uzyskania rozwiązania optymalnego.

Rysunek 2

Schemat blokowy algorytmu Kaufmanna i Desbazeille

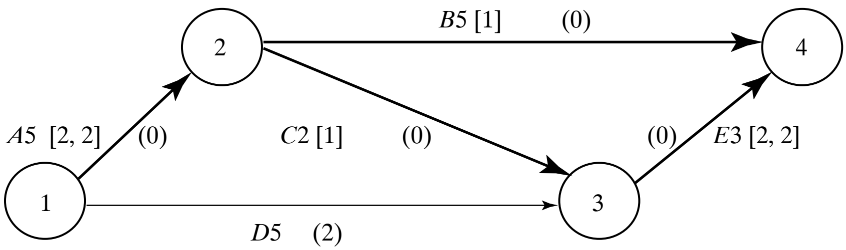


Źródło: [Bladowski 1970, s. 182–183; Kukuła 1996, s. 166; Gaspars 2006b, s. 7; Gaspars-Wieloch 2009, s. 48–49].

Rozpatrzmy następującą sytuację. Załóżmy, że w fazie planowania pewnego projektu (rys. 3) jego kierownik stwierdził, iż oszacowany czas realizacji (10 dni) jest zbyt długi i że należy go skrócić o 3 dni (z 10 do 7 dni) możliwie jak najtaniej. Działania (A, B, C, D, E) ukazano w postaci łuków. Normalne czasy trwania podano obok nazw działań, całkowite zapasy czasu policzono w nawiasach okrągłych, czynności krytyczne (tj. działania o zerowym zapasie czasu) pogrubiono, a jednostkowe koszty skracania czynności zapisano w nawiasach kwadratowych. Z rysunku 3 wynika, że czas trwania czynności A można maksymalnie skrócić o 2 dni (gdyż w nawiasie kwadratowym zawarto dwa koszty), a czynności D w ogóle nie można skrócić.

Rysunek 3

Wyjściowa sieć (T^d = 7)



Źródło: Gaspars [2006b, s. 12].

Procedura Kaufmanna i Desbazeille spełnia wszystkie formalne wymogi, aby z niej skorzystać przy rozwiązywaniu opisanego wyżej problemu. W tabeli 6 zebrano rezultaty końcowe uzyskane za pomocą tejże metody. Ze względu na obecność dwóch przekrojów dokładnych o najniższym koszcie kompresja sieci może być teoretycznie przeprowadzona na trzy różne sposoby (zgodnie z krokiem 4. algorytmu wybieramy dowolny najtańszy i technicznie możliwy wariant).

Tabela 6

Zestawienie wyników pośrednich dla algorytmu Kaufmanna i Desbazeille

Iteracja	I opcja		II opcja		III opcja	
	Przekrój dokładny	Koszt	Przekrój dokładny	Koszt	Przekrój dokładny	Koszt
10–9	*A* ***CB*** *BE*	2 2 3	***A*** *CB* *BE*	2 2 3	***A*** *CB* *BE*	2 2 3
9–8	***A*** *CB* *BE*	2 ∞ ∞	***A*** *CB* *BE*	2 2 3	*A* ***CB*** *BE*	2 2 3
8–7	*AD* *BCD* *BE*	∞ ∞ ∞	*AD* *BCD* ***BE***	∞ ∞ 3	*AD* *BCD* *BE*	∞ ∞ ∞
Rezultat	Brak rozwiązania dopuszczalnego		Otrzymano rozwiązanie: łączny koszt = 7		Brak rozwiązania dopuszczalnego	

Źródło: Gaspars [2006b, s. 13].

Wyniki są zaskakujące. Okazuje się, że jeśli zbyt wcześnie skrócimy działanie *B* (opcja I lub III), a ta z kolei czynność tworzy wraz z działaniem *E* jedyny możliwy wariant w ostatniej iteracji, to zamiast konkretnego rozwiązania dopuszczalnego otrzymamy informację, że analizowany problem jest sprzeczny (tzn. zo-

„Ekonomista" 2012, nr 3
http://www.ekonomista.info.pl

stał źle postawiony), choć wcale tak nie jest. Do takich absurdalnych wniosków nie doszlibyśmy, gdybyśmy uwzględnili wszystkie przekroje, a nie tylko przekroje dokładne[6].

Algorytm Kaufmanna i Desbazeille stanowi zatem kolejny przykład metody optymalizacyjnej stosowanej do rozwiązywania ekonomicznych problemów decyzyjnych, która w pewnych bardzo szczególnych przypadkach prowadzi do nielogicznych wyników.

5. Konstrukcja struktury portfela papierów wartościowych o zmiennej stopie zwrotu na podstawie modelu optymalizacyjnego wykorzystującego średnią arytmetyczną

Ostatni przykład, na który chciałabym zwrócić uwagę, dotyczy konstrukcji struktury portfela papierów wartościowych o zmiennej stopie zwrotu, np. akcji. Ustalając ich udziały w portfelu p, inwestorzy najczęściej biorą pod uwagę oczekiwaną stopę zwrotu $E(R_j)$ poszczególnych walorów. Sama oczekiwana stopa zwrotu, stanowiąca jedynie prognozę przyszłej stopy zwrotu, nie jest jednak wystarczającym kryterium wyboru przedmiotu inwestowania. Dlatego inwestorzy uwzględniają dodatkowo ryzyko (mierzone np. wariancją $V(R_j)$), dające informację o dokładności otrzymanej prognozy. Obie miary ($E(R_j)$ i $V(R_j)$) są podstawowymi narzędziami analizy prognozowanej rentowności inwestycji w dany walor i są brane pod uwagę przy formułowaniu zadania optymalizacyjnego dotyczącego struktury portfela. W takim zadaniu istotne jest zazwyczaj kryterium maksymalizacji stopy zwrotu portfela $E(R_p)$ (lub osiągnięcie poziomu równego przynajmniej R^*) oraz kryterium minimalizacji ryzyka związanego z inwestycją $V(R_p)$ (lub osiągnięcie poziomu nieprzekraczającego V^*). Dokładna postać modelu leży już w gestii decydenta [por. Godlewski 2008, s. 305; Jurek 2001, s. 88; Trzaskalik 2008, s. 317].

Przyjrzyjmy się teraz bliżej procedurze wyznaczania samej oczekiwanej stopy zwrotu pojedynczego waloru. Obok metody uwzględniającej opinie ekspertów czy analityków giełdowych i traktującej oczekiwaną stopę zwrotu jako ważoną prawdopodobieństwami sumę możliwych stóp zwrotu, powszechnie znane jest podejście wykorzystujące średnią arytmetyczną z T historycznych stóp zwrotu i zakładające, iż odzwierciedlają one z równym prawdopodobieństwem nieznane przyszłe wartości stóp zwrotu (wzór 15) [Godlewski 2008, s. 293–296; Jurek 2001, s. 29; Trzaskalik 2008, s. 314].

[6] Gdyby przekrój $A + E$ został dołączony w ostatniej iteracji do listy potencjalnych wariantów skracania, to uzyskanie rozwiązania dopuszczalnego (choć nie optymalnego) byłoby możliwe zarówno dla opcji I, jak i opcji III.

$$E(R_j) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{jt}, \tag{15}$$

gdzie r_{jt} – stopa zwrotu j-tego waloru w okresie t.

Załóżmy, że inwestor zamierza ustalić strukturę udziałów akcji A i B w swoim portfelu, korzystając z modelu optymalizacyjnego, lecz wcześniej chciałby zapoznać się z charakterystykami tych papierów wartościowych. Wyznaczmy zatem średnią stopę zwrotu (tab. 7, wiersz 5) dla dwóch akcji np. na podstawie notowań z trzech ostatnich miesięcy (tab. 7, wiersze 2–4).

Tabela 7

Notowania, stopy zwrotu i oczekiwane stopy zwrotu dla akcji A i B

Miesiąc	Akcja A		Akcja B	
	Notowania	Miesięczne stopy zwrotu	Notowania	Miesięczne stopy zwrotu
I	12,5	–	8	–
II	25	100%	10	25%
III	12,5	–50%	12,5	25%
Średnia arytmetyczna stopa zwrotu	25%		25%	
Średnia geometryczna stopa zwrotu	0%		25%	

Źródło: Opracowanie własne (dane fikcyjne).

Jak widać, arytmetyczna średnia stopa zwrotu jest dla obu walorów taka sama i wynosi 25%. Oczywiście, jeżeli uwzględnimy też drugą charakterystykę papierów wartościowych, to okaże się, że akcja A wiąże się ze znacznie większym ryzykiem niż akcja B, a więc dokładność sporządzonej prognozy jest dla tego waloru znacznie mniejsza.

Powróćmy jednak do uzyskanych oczekiwanych rentowności poszczególnych papierów wartościowych. O ile wynik dla akcji B był do przewidzenia i wydaje się bardzo logiczny (stały wzrost notowań równy właśnie 25%), o tyle wartość średniej stopy zwrotu akcji A może nieco nas dziwić, chociażby dlatego, że ostateczna cena tego waloru nie zmieniła się w stosunku do swojego pierwotnego poziomu. W tym akurat przykładzie średnia geometryczna (tab. 7, wiersz 6), choć stosowana raczej do ustalenia zysku z inwestycji w danym okresie, a nie jako narzędzie prognostyczne, daje sensowniejsze wyniki[7].

[7] Obliczając średnią arytmetyczną, zakłada się, że wartość lokaty nie zmienia się w czasie, z kolei średnią geometryczną ustala się przy założeniu, że wszystkie wypłaty towarzyszące lokacie są reinwestowane na tych samych warunkach. Oznacza ona bowiem, z jaką średnią stopą rośnie jednostka pieniężna ulokowana na początku okresu [por. Jurek 2001, s. 29–31].

Zakończenie

W niniejszym artykule zaprezentowano pięć metod optymalizacyjnych. Sposób stosowania poszczególnych procedur zilustrowano, rozwiązując przykłady konkretnych ekonomicznych problemów decyzyjnych. Oczywiście opisane metody znajdują praktyczne zastosowania nie tylko w tych problemach ekonomicznych, które zostały zilustrowane przykładami liczbowymi. Procedury te można bowiem wykorzystać do rozwiązania każdego zadania, w którym decydent poszukuje optymalnego planu działania (optymalnego, czyli takiego, który realizuje określony cel: maksymalizuje użyteczność, maksymalizuje zyski, minimalizuje koszty itd.).

W artykule zakwestionowano wyniki uzyskane w podanych przykładach za pomocą przedstawionych metod optymalizacyjnych, a w przypadku dwóch zagadnień zaproponowano wprowadzenie pewnych modyfikacji, dzięki którym rozwiązania powinny być bardziej logiczne.

W przypadku heurystycznego algorytmu Kaufmanna i Desbazeille stwierdzamy zupełnie obiektywnie, że w niektórych zadaniach jego stosowanie prowadzi do całkowicie błędnych odpowiedzi (tj. do informacji o braku rozwiązania dopuszczalnego, mimo iż takie rozwiązanie z pewnością istnieje). Natomiast stopień niedorzeczności rezultatów generowanych przez pozostałe omówione procedury zależy już od osoby mającej z tych wyników skorzystać.

Warto zwrócić uwagę na to, iż wszystkie przedstawione narzędzia można zaliczyć do tzw. procedur „miękkich”, czyli tych:

- które nie gwarantują uzyskania optimum (por. algorytm Kaufmanna i Desbazeille),
- których konstrukcja ma charakter intuicyjny (por. algorytm Kaufmanna i Desbazeille),
- które dotyczą problemów zawierających parametry obarczone dużym stopniem niepewności (por. regułę Hurwicza oraz średnią arytmetyczną stopę zwrotu wykorzystywaną jako parametr w modelach optymalizacyjnych służących do ustalenia struktury portfela,
- które zależą od indywidualnych preferencji decydenta (por. regułę Hurwicza oraz metakryterium i stopnie realizacji celów).

W przypadku tzw. twardych metod (np. metoda potencjałów w zagadnieniu transportowym, algorytm Little’a dla zagadnienia komiwojażera czy programowanie dynamiczne stosowane przy wyznaczaniu optymalnego rozdziału zasobu) cel jest jasno i obiektywnie zdefiniowany, a procedury są dokładne, więc takie paradoksalne wyniki, o jakich była mowa w artykule, nie mogą się pojawić.

W przeprowadzonej analizie oczywiście nie wyczerpano listy tzw. przypadków szczególnych, dla których metody optymalizacyjne, teoretycznie właściwe dla danego problemu decyzyjnego, prowadzą do zaskakujących rezultatów (istotnie różniących się od oczekiwanych wyników).

„Ekonomista” 2012, nr 3
http://www.ekonomista.info.pl

Analizując dostrzeżone ograniczenia różnych metod optymalizacyjnych, dochodzimy do następującego wniosku. Nie wystarczy wiedzieć, kiedy teoretycznie można z danej procedury korzystać. Nie wystarczy też umieć ją zastosować. W procesie podejmowania decyzji, zwłaszcza ekonomicznych, niezbędna jest przede wszystkim umiejętność interpretacji i krytycznego spojrzenia na otrzymane wyniki. Warto zadać sobie trud sprawdzenia metodologii, jaką zastosowano przy generowaniu poszczególnych rezultatów. Tylko wówczas będziemy postępować świadomie i racjonalnie.

Tekst wpłynął 9 września 2011 r.

Bibliografia

Badania operacyjne, red. E. Ignasiak, W. Borucki, J. Marcinkowski, W. Sikora, PWE, Warszawa 1996.

Badania operacyjne w przykładach i zadaniach, red. K. Kukuła, Z. Jędrzejczyk, J. Skrzypek, A. Walkosz, WN PWN, Warszawa 1996.

Bladowski S., *Metody sieciowe w planowaniu i organizacji pracy*, PWE, Warszawa 1970.

Brzęczek T., *Optymalizacja wielocelowa*, w: *Podstawy badań operacyjnych i ekonometrii*, red. T. Brzęczek, H. Gaspars-Wieloch, B. Godziszewski, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2010.

Collette Y., Siarry P., *On the Sensitivity of Aggregative Multiobjective Optimization Methods*, „Journal of Computing and Information Technology” 2008, nr 1.

Cotrutz C., Lahanas M., Kappas C., Baltas D., *A Multiobjective Gradient Based Dose Optimization Algorithm for External Beam Conformal Radiotherapy*, „Physics in Medicine and Biology” 2001, nr 8.

Gaspars H., *Analiza czasowo-kosztowa* (*CPM-COST*)*. Algorytm a model optymalizacyjny*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, „Badania Operacyjne i Decyzje” 2006a, nr 1.

Gaspars H., *Propozycja nowego algorytmu w analizie czasowo-kosztowej przedsięwzięć*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, „Badania Operacyjne i Decyzje” 2006b, nr 3–4.

Gaspars-Wieloch H., *Analiza sieciowa przedsięwzięć*, w: *Badania operacyjne*, red. W. Sikora, PWE, Warszawa 2008.

Gaspars-Wieloch H., *Wyznaczanie wariantów czasowo-kosztowych realizacji projektu*, w: *Badania operacyjne w planowaniu projektów*, red. T. Trzaskalik, Wydanictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2009.

Gaspars-Wieloch H., *Sieciowe planowanie projektu*, w: *Podstawy badań operacyjnych i ekonometrii*, red. T. Brzęczek, H. Gaspars-Wieloch, B. Godziszewski, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2010.

Godlewski M., *Optymalizacja decyzji inwestycyjnych*, w: *Badania operacyjne*, red. W. Sikora, PWE, Warszawa 2008.

Gruszczyński M., Kuszewski T., Podgórska M., *Ekonometria i badania operacyjne. Podręcznik dla studiów licencjackich*, WN PWN, Warszawa 2009.

Guzik B., *Wstęp do badań operacyjnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań 2009.

Hein L., *The Quantitative Approach to Managerial Decisions*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs 1967.

Idźkiewicz A., *PERT. Metody analizy sieciowej*, PWN, Warszawa 1967.

Jurek W., *Konstrukcja i analiza portfela papierów wartościowych o zmiennym dochodzie*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań 2001.

Kaufmann A., Desbazeille G., Ventura E., *La méthode du chemin critique*, Dunod, Paris 1964.

Kaufmann A., Faure R., *Badania operacyjne na co dzień*, PWN, Warszawa 1968.

Kopańska-Bródka D., *Wprowadzenie do badań operacyjnych,* wydanie II, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 1998.

Marcinkowski J., *Optymalizacja wielokryterialna*, w: *Badania operacyjne*, red. W. Sikora, PWE, Warszawa 2008.

Messac A., Puemi-Sukam C., Melachrinoudis E., *Aggregate Objective Functions and Pareto Frontiers: Required Relationships and Practical Implications*, „Optimization and Engineering” 2000, nr 2.

Messac A., Mattson C. A., *Generating Well-Distributed Sets of Pareto Points for Engineering Design Using Physical Programming*, „Optimization and Engineering” 2003, nr 4.

Muller Y., *Organisation et recherche opérationnelle*, Eyrolles, Paris 1964.

Pietras P., Szmit M., *Zarządzanie projektami: wybrane metody i techniki*, Horyzont, Łódź 2003.

Sharaf A.M., El-Gammal A.A., *A Multi-Objective Multi-Stage Particle Swarm Optimization MOPSO Search Scheme for Power Quality and Loss Reduction on Radial Distribution System*, International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ' 2009), Valencia, 15–17.04.2009.

Sikora W., *Analiza sieciowa przedsięwzięcia*, w: *Badania operacyjne i ekonometria*, red. B. Guzik, W. Sikora, Materiały Dydaktyczne 32, część II, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, Poznań 1993.

Siudak M., *Badania operacyjne*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1998.

Stodulny P., *Programowanie w warunkach niepewności*, w: *Badania operacyjne*, red. W. Sikora, PWE, Warszawa 2008.

Trzaskalik T., *Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem*, wydanie II, PWE, Warszawa 2008.

LIMITED EFFICIENCY OF OPTIMIZATION METHODS IN SOLVING ECONOMIC DECISION PROBLEMS

Summary

The author illustrates by means of numerical examples some economic decision problems (the choice of investment projects, the choice of optimum product mix, preparation of rankings for different objects based on incomparable criteria by means of standardized measures, the time-cost project analysis, the asset portfolio construction) for which the results generated by theoretically appropriate optimization methods (i.e. procedures considering the characteristics of a given aim) are illogical or significantly different from the answers expected. In connection with the fact that such cases exist, the author: (a) suggests two modifications for the optimization methods discussed in the article so that they could be more universal; (b) emphasizes the need of a careful interpretation of the results obtained, in full consciousness of the limitations of the computational procedures employed.

Key words: optimization methods • economic decision problems • the choice of investment project • the Hurwicz rule • decision-making under uncertainty • the choice of product mix • aggregate objective function • multi-aim optimization • compromise solution • implementation degrees • criterion standardization • ranking • time-cost project analysis • project management • the Kaufmann-Desbazeille algorithm • asset portfolio • average rate of return

ОГРАНИЧЕННАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ПРИ РАССМОТРЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Резюме

Автор приводит примеры экономических проблем принятия решений (таких как выбор инвестиционного проекта, определение оптимального ассортимента продукции, создание ранкингов объектов путем стандартизации несопоставимых критериев, оптимизация проектов по времени и по издержкам, построение портфеля ценных бумаг), для которых результаты, полученные с помощью теоретически правильных оптимизационных методов (т.е. процедур, учитывающих специфические черты рассматриваемой задачи), могут пртиворечит логике или значительно отличаться от ожидаемых результатов. В связи с тем, что такие особые случаи существуют, автор предлагает: а) модифицировать некоторые из представленных методов так, чтобы они приобрели более универсальный характер; б) помнить о необходимости вдумчивой интерпретации полученных результатов, осознавая ограничения применяемых калькуляционных процедур.

Ключевые слова: оптимизационные методы • экономические проблемы принятия решений, выбор инвестиционного проекта • правило Гурвича • принятие решений в условиях неуверенности • выбор ассортимента продукции • агрегатная функция цели • многоцелевая оптимизация • компромиссное решение • степени реализации • стандартизация критериев • ранкинги • затратная и временная оптимизация проектов • управление проектами • алгоритм Кауфманна-Десбазейя • конструкция портфеля ценных бумаг • средняя норма окупаемости